

Межрегиональная олимпиада
по математике

Условия задач 9 класс

1. (2 балла) Про натуральное число x сделано пять утверждений:

$$3x > 91$$

$$x < 120$$

$$4x > 37$$

$$2x \geq 21$$

$$x > 7$$

Известно, что только три из них верны, а два неверны. Найти x .

2. (2 балла) При каких целых p и q значение многочлена $f(x) = x^2 + px + q$ делится на 2 при любом целом x ?

3. (3 балла) Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x + xy + y = 2 + 3\sqrt{2} \\ x^2 + y^2 = 6. \end{cases}$$

4. (4 балла) Население города увеличивалось в течение x лет на 50% ежегодно, потом в течение y лет оно уменьшалось на $\frac{388}{9}\%$ ежегодно, а

затем оно еще уменьшалось на $\frac{50}{3}\%$ в год в течение z лет. В результате население удвоилось. Известно, что x, y, z – целые числа. Найдите их.

5. (4 балла) Отличные от нуля числа a, b, c удовлетворяют условиям $2011(a + b + c) = 1$ и $ab + ac + bc = 2011 \cdot abc$.

Найти $a^{2011} + b^{2011} + c^{2011}$.

6. (5 баллов) Найдите все пары целых чисел (x, y) , для которых справедливо равенство $x(x+1)(x+7)(x+8) = y^2$.